

## XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje

### “METODOLOGÍA DE SELECCIÓN DEL TRAZADO DE UNA RED DE DRENAJE URBANO OPTIMIZADA, USANDO EL CONCEPTO DE MÍNIMA MASA-LONGITUD TRANSPORTADA”

*Juan Saldarriaga (1), Paula Cuero (2), Laura Montaña (3), Emilio Corrales (4), Daniel Luna (5)*

(1) Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y director del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª N° 18A - 12, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3521, [jsaldarr@uniandes.edu.co](mailto:jsaldarr@uniandes.edu.co)

(2) – (5) Investigador(a), Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados de la Universidad de Los Andes (CIACUA), Carrera 1ª N° 18A -12, Bogotá, Colombia, (+571) 3394949 Ext: 3520, [pa.cuero38@uniandes.edu.co](mailto:pa.cuero38@uniandes.edu.co); [le.montano110@uniandes.edu.co](mailto:le.montano110@uniandes.edu.co); [e.corrales61@uniandes.edu.co](mailto:e.corrales61@uniandes.edu.co); [de.luna123@uniandes.edu.co](mailto:de.luna123@uniandes.edu.co)

#### RESUMEN

El presente documento muestra la formulación y aplicación de dos nuevas metodologías para elegir la topología de una red de drenaje urbano; la primera metodología consiste en transformar la red inicialmente cerrada en una red abierta basándose en una relación beneficio - costo orientada a minimizar el transporte de masa y optimizar el gasto de potencia disponible. La segunda se basa en el criterio de minimizar el costo hidráulico de la red. Las metodologías fueron evaluadas en diferentes escenarios. El costo del trazado generado al usar las metodologías en cada red se comparó con el mejor costo de los diseños exhaustivos, demostrando que conducen a diseños con costos cercanos al mínimo global.

**Palabras claves:** Sistemas de drenaje urbano, topología, minimización de transporte de masa, programación por restricciones.

#### ABSTRACT

The present paper describes the formulation and application of a two new methodologies for sewer systems layout selection. The first methodology consist in transformed the looped network in an open network based in a benefit cost relation oriented to minimize the mass transport and an optimal use of power. The second one is based on minimize the hydraulic cost. The algorithms were evaluated in different study cases showing that generates costs near to the global minimum.

**Key words:** Sewer systems, layout, minimizing of mass transport, constraint programming.

#### SOBRE EL AUTOR PRINCIPAL

**Juan Saldarriaga:** Profesor Titular de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes. Área de Recursos Hidráulicos, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental. Coordinador del Centro de Investigación Estratégica del Agua (CIE-AGUA) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de los Andes. Director del Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados CIACUA del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de los Andes.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, aún existen algunas ciudades pequeñas e intermedias, especialmente en países en vía de desarrollo que no cuentan con acceso a los sistemas de drenaje urbano. La razón primordial por la cual no se da acceso, es el bajo presupuesto con el que se cuenta para realizar su construcción. Esto motiva a generar una metodología por medio de la cual se obtenga una red de drenaje urbano de bajos costos constructivos y buenas condiciones hidráulicas de operación.

Uno de los aspectos de mayor impacto en los costos de una red de drenaje urbano es la selección del trazado o topología de la red, es decir cómo están conectados los tubos y las cámaras de unión correspondientes. Lo anterior, considerando que para una red determinada pueden existir gran cantidad de alternativas posibles de trazado y está comprobado que la diferencia en costos entre elegir un trazado y otro puede llegar a significar una diferencia de hasta un 50%.

El número de alternativas de trazado crece de manera exponencial con el tamaño de la red, lo que hace que encontrar el trazado de mínimo costo se convierta en un problema NP-Duro, es decir que no tiene solución polinomial. Por tal razón, diferentes autores han abordado el problema de optimización de diseño de las redes de drenaje urbano haciendo uso de metaheurísticas. Por ejemplo, Argaman et al. (1973), utilizaron programación dinámica para resolver el problema; Li y Matthew (1990) implementaron DDDP (Discrete Differential Dynamic Programming); Weng y Liaw (2005), establecieron un modelo de optimización (SSOM – Sewer System Optimization Model), basado en la combinación de los principios de Algoritmos Genéticos; Diogo y Graveto (2006) hicieron uso de la técnica de búsqueda estocástica Simulated Annealing Model. Recientemente, Moeini y Afshar (2012) trataron este problema utilizando un algoritmo de hormigas inteligentes y Haghghi (2012) desarrolló un método denominado Loop by Loop Cutting Algorithm.

Heurísticas como las mencionadas, pueden llevar a buenos resultados; sin embargo el costo computacional es alto y no se obtienen resultados explícitos. Por tal razón este trabajo presenta dos metodologías para la selección del trazado

basadas en criterios hidráulicos y programación por restricciones, de manera tal que se obtenga un resultado de bajo costo con un costo computacional reducido usando una metodología explícita.

La primer metodología adecúa un algoritmo utilizado para el diseño de Redes de Distribución de Agua Potable (RDAP) presentado por Saldarriaga et al. (2010) donde uno de los pasos determinantes consiste en convertir la red cerrada en una abierta haciendo uso de criterios hidráulicos para identificar los sumideros de la red. Del mismo modo se convierte la red de drenaje urbano inicialmente cerrada en una red abierta para cumplir con las restricciones del problema.

La segunda metodología combina criterios utilizados actualmente por los diseñadores, como elegir la ruta de mayor pendiente como la ruta principal que transporta mayor caudal, mientras que para las rutas secundarias se utilizan criterios para reducir el transporte de masa, lo que se llamará costo hidráulico; la metodología se llevó a cabo haciendo uso de la herramienta de sistemas de información geográfica ArcGIS10.1 (ESRI, 2012).

## BASE CIENTÍFICO – TEÓRICA

### Dimensionamiento del problema

La selección del trazado de una red consiste en indicar como se conectan los tubos entre sí, dónde están ubicadas las cámaras de unión y en cada cámara hacia dónde fluye el agua.

Los parámetros de entrada para elegir el trazado de la red son: la distribución urbanística de las calles, la ubicación del punto de descarga y la contribución de caudales en cada cámara de unión. Por cada calle pasa un tubo y en cada intersección de calles hay una cámara de unión que conecta los tubos, lo que sucede únicamente en el caso de sistemas de drenaje sanitario o combinado.

El desafío al determinar el trazado de una red con estas características consiste en encontrar los sentidos de flujo de cada uno de esos tubos, es decir hacia donde drenan, y determinar en cada cámara cuál de los tubos conectados transportará el agua que llega desde aguas arriba. El tubo que no la transporte es lo que se considera como un arranque.

Bajo estas condiciones, considerando los conceptos de conteo presentados por Walpole et al. (1999), el número de alternativas posibles de trazado se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\text{Trazados} = 2^4 * 3^{2(m+n-2)} 4^{(m-1)(n-1)} \quad (1)$$

donde, 'n' es el número de filas de la grilla y 'm' es el número de columnas de la grilla. El hecho que las variables se encuentren en el exponente hace que el número de alternativas crezca de manera exponencial y por tal razón se puede considerar como un problema NP – Duro.

### Restricciones del problema

Las restricciones a seguir para determinar el trazado son las siguientes:

- En cada calle hay una tubería.
- En cada intersección de las calles debe existir una cámara de unión o nudo.
- Cada cámara de unión recibe un caudal de aporte por caudal sanitario y un caudal de las tuberías que llegan a ésta.
- Una cámara de unión sólo puede drenar hacia un tubo.
- La ubicación del punto de descarga debe estar definida previamente.
- La ruta principal es el camino que se debe recorrer sin la presencia de arranques, desde el nudo o cámara más alejada hasta el punto de descarga.

### Costos

El costo de elegir un trazado, se puede determinar únicamente luego de realizar el diseño hidráulico de cada uno de los tubos que componen la red. Según Navarro y Saldarriaga (2009) estos costos tienen dos componentes; el costo por excavación que se determina con la Ecuación 2 y el costo de la tubería que depende del diámetro y la longitud del tubo y se determina por medio de la Ecuación 3. El costo total corresponde a la suma del costo por excavación y por tubería como se muestra en la Ecuación 4.

$$C_e = K_e \cdot V^{1.31} \quad (2)$$

$$C_d = K_d \cdot l \cdot d^{0.5737} \quad (3)$$

donde,  $K_d$  es el coeficiente de costo por diámetros,  $K_e$  es el coeficiente de costo por excavación,  $l$  es la longitud,  $d$  es el diámetro de la tubería y  $V$  es el volumen excavado.

$$C_T = K[(C)_d + C_e] \quad (4)$$

donde,  $C_d$  es el costo por diámetro,  $C_e$  es el costo por excavación y  $k$  es un coeficiente.

Para realizar el diseño hidráulico que consiste en determinar el diámetro y la pendiente de cada uno de los tubos con los caudales asignados según el trazado definido, se utiliza la metodología planteada por Corrales et al. (2013).

## METODOLOGÍA

### Metodología de selección del trazado haciendo uso de una relación de beneficio - costo en base a criterios hidráulicos – (Árbol)

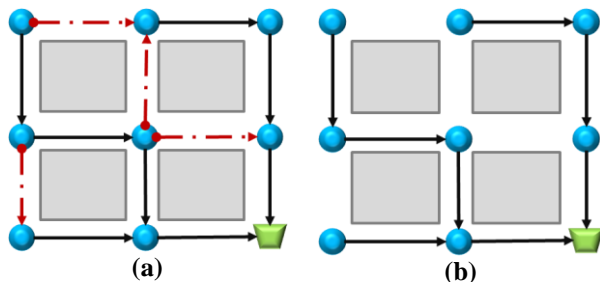
Como se revisó en la sección anterior, la selección del trazado consiste en indicar que tubos son puntos de arranque, es decir que no transportan el caudal de aguas arriba de la cámara de unión y que tubos son continuos.

Para esto, se evaluaron los factores que más influían en el costo de la red realizando pruebas exhaustivas en redes con diferentes distribuciones urbanísticas, con caudales y topografías variadas; se llegó a la conclusión de que los dos factores determinantes en los costos, son la manera en la que se realiza el gasto de potencia en la red y el producto masa longitud, lo que se refiere al transporte de masa.

Se determinó que las redes de menor costo son aquellas para las cuales las rutas que transportan mayor caudal, pasan por la ruta de mayor pendiente del terreno, disminuyendo así el costo por excavación; por otra parte el trazado que minimice el producto caudal - longitud estará minimizando el transporte de masa por lo que los costos tanto por tubería como por excavación disminuyen.

Para convertir la red inicialmente cerrada en una red abierta se adecúa un algoritmo presentado por Saldarriaga et al. (2010) para convertir una red cerrada de abastecimiento de agua potable en una red abierta. Para el caso de redes de drenaje urbano, el objetivo es entonces determinar los

puntos de arranque de la red, utilizando una metodología que convierte la red por medio de una estructura de árbol. La Figura 1 muestra una red de drenaje con sus nudos como círculos azules, los puntos de arranque como flechas discontinuas en rojo, los tubos que no son arranques como flechas continuas negras y el punto de descarga como un trapecio verde. Si se eliminan de la red los puntos de arranque, la red toma la forma de un árbol donde la raíz es el punto de descarga.



**Figura 1. Conversión de una red cerrada a una abierta**

Para explicar la metodología utilizada se realizarán los cálculos para una red de dos manzanas por dos manzanas, sus características se muestran en las siguientes tablas, donde se especifica el caudal de entrada en cada nudo y la topografía de la red. La distancia entre todos los nudos es de 100 m en planta, por lo que se puede decir que es una red cuadrada de dos bloques; por dos bloques, cuenta con 8 nudos y un punto de descarga ubicado en la parte inferior derecha.

**Tabla 1. Caudal en cada nudo de la red de ejemplo en (m<sup>3</sup>/s)**

Q	A	B	C
1	0.04	0.036	0.03
2	0.036	0.044	0.04
3	0.036	0.034	PD

**Tabla 2 Cota en cada nudo de la red de ejemplo en (m)**

∇	A	B	C
1	100	99.5	98.7
2	99	98.8	98.6
3	98.5	98.5	98

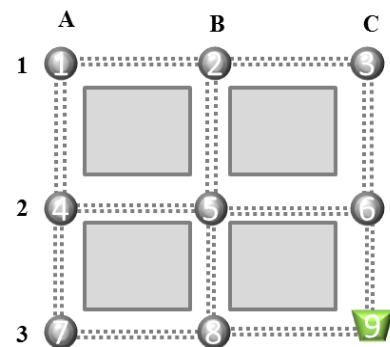
La metodología consiste en: (1) añadir al árbol el punto de descarga como la raíz, (2) buscar los frentes de avance, (3) calcular la relación beneficio - costo para cada frente de avance, (4)

añadir al árbol el tubo que genere mayor beneficio, (5) seguir el proceso hasta que todos los tubos necesarios para drenar las cámaras de la red se encuentren dentro del árbol, (6) determinar los sentidos de flujo de los puntos de arranque.

### Añadir el punto de descarga como raíz al árbol

De manera semejante a la metodología propuesta por Saldarriaga et al. (2010) en Redes de Distribución de Agua Potable (RDAP) en lugar de considerar el embalse como la raíz del árbol, se considera el punto de descarga. En caso tal que exista más de un punto de descarga, se realizaría todo el proceso como si fueran redes independientes y los nudos agregados a cada punto de descarga serán aquellos que generen mayor relación beneficio - costo.

Para la red del ejemplo se cuenta con un único punto de descarga por lo que el árbol hasta ahora solo tienen un nudo que corresponde a ese punto, como se observa en la Figura 2.



**Figura 2. Añadir el punto de descarga al árbol**

### Buscar los frentes de avance

Los frentes de avance son aquellos nudos que pueden drenar hacia algún otro nudo o cámara que haga parte del árbol, es decir que pueden conectarse directamente. Para este caso los frentes de avance son los que se muestran en la Figura 3 en rojo; que son los únicos que se pueden conectar al punto de descarga.

### Calcular la relación beneficio - costo para cada frente de avance

Para cada uno de los tubos que permitan conectar los frentes de avance actuales con el árbol, se debe calcular la relación de beneficio - costo. Para ésta

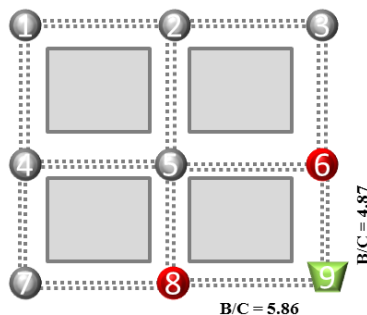
relación el beneficio es el producto de caudal por longitud marginal, lo que indica que será la suma de caudal por longitud del árbol si se incluyera el nuevo tubo menos ese producto antes de incluir el tubo al árbol. El costo es el costo marginal calculado con la Ecuación 4, por lo que es claro que se debe realizar el diseño hidráulico de la red haciendo uso de la metodología presentada por Corrales et al. (2013) para poder evaluar cada alternativa. La relación beneficio - costo se muestra en la Ecuación 5:

$$BC = \frac{(\sum Q \cdot L)_f^{-1} - (\sum Q \cdot L)_i^{-1}}{C_f - C_i} \quad (5)$$

donde,

- BC es el beneficio/costo asociado al frente de avance.
- $Q$  es el caudal que transporta cada tramo
- $L$  es la longitud de cada tramo.
- $C$  es el costo de la red calculada con la Ecuación 4.
- $f$  es el subíndice que indica que se considera la red incluyendo el nuevo frente de avance.
- $i$  es el subíndice que indica que se considera la red sin el nuevo frente de avance.

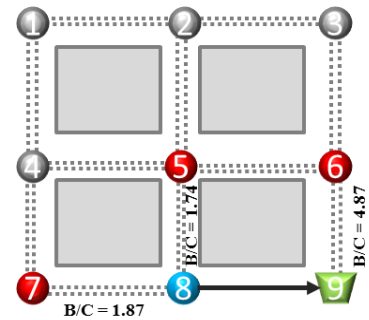
Aplicando esta ecuación para los dos frentes de avance de la red tomada por ejemplo se obtienen las relaciones beneficio/costo de la siguiente figura:



**Figura 3. Cálculo del beneficio - costo para los tubos que conectan los frentes de avance**

### Añadir al árbol el tubo que genere mayor relación beneficio - costo

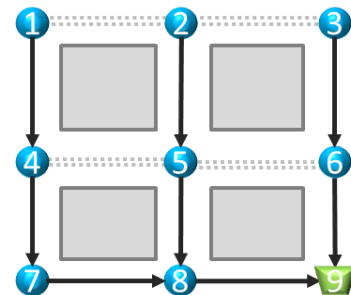
El tubo que conecte al nudo de mayor relación beneficio - costo es añadido al árbol, en este caso se elige el tubo que une al nudo 8 con el punto de descarga, es importante aclarar que al árbol es añadido el tubo no el nudo, como se muestra en la Figura 4.



**Figura 4. Añadir el tubo de mayor beneficio/costo al árbol**

### Realizar los pasos 2 al 4 hasta que todos los tubos necesarios para drenar las cámaras de la red se encuentren dentro del árbol

Una vez realizado este proceso, se obtiene el siguiente árbol para la red tomada como ejemplo.

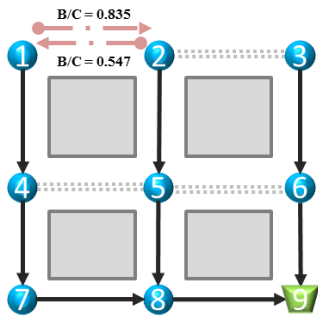


**Figura 5. Árbol generado para la red tomada por ejemplo**

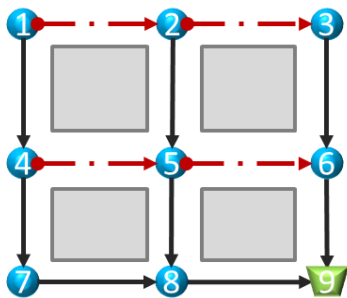
Los tubos que no aparecen en el árbol son aquellos considerados como arranques y por tanto no transportarán el caudal de aguas arriba de la cámara. Es importante resaltar que estos tubos son aquellos que generan menor beneficio, por lo que se busca que transporten la menor cantidad de caudal posible.

### Determinar los sentidos de flujo de los puntos de arranque

Para cada punto de arranque se calcula la relación beneficio - costo de transportar el agua en una dirección u otra utilizando la Ecuación 5, de manera tal que se elegirá el sentido de flujo que genere mayores beneficios, como se muestra para el tubo que une los nudos 1 y 2; se calcula en ambas direcciones y se elige finalmente que el agua drene del nudo 1 al nudo 2 ya que ese sentido genera una mayor relación beneficio - costo, lo que se muestra en la Figura 6. Luego de realizar el mismo procedimiento para todos los puntos de arranque se obtiene el trazado que se muestra en la Figura 7.

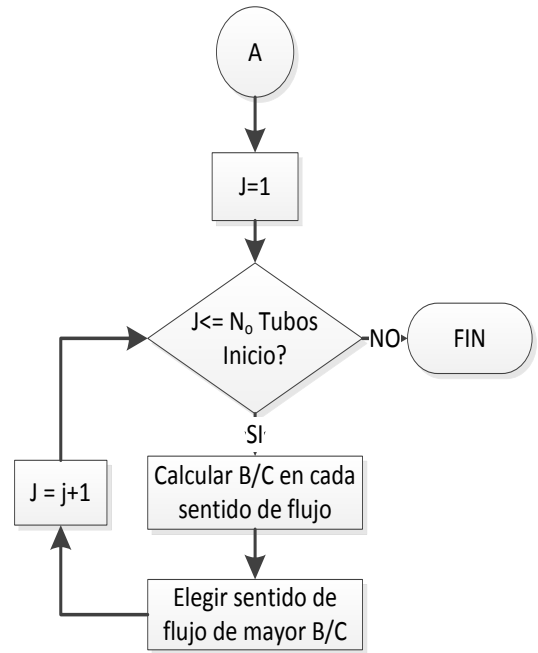
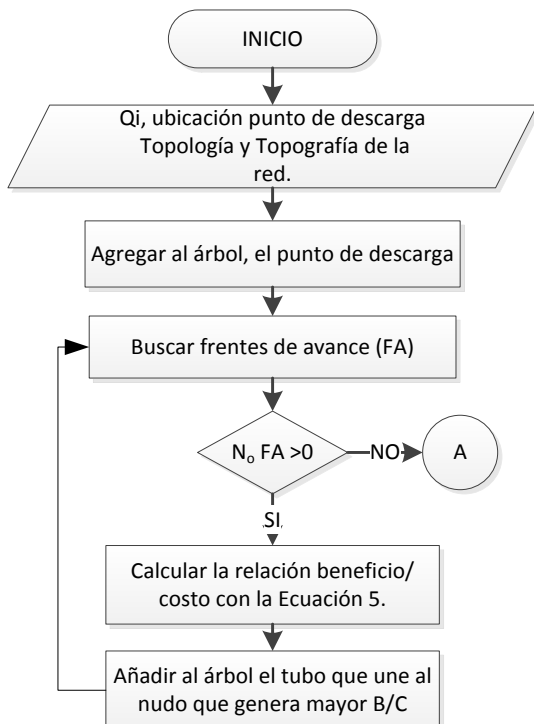


**Figura 6. Cálculo del beneficio/costo para los sentidos de flujo del primer punto de arranque**



**Figura 7. Trazado de la red tomada por ejemplo**

En el Diagrama de Flujo 1 se muestra el procedimiento a seguir para llevar a cabo la metodología planteada y sobre la cual se basan los resultados mostrados a continuación.



**Diagrama de Flujo 1. Metodología para la selección del trazado – criterio beneficio/costo**

### Metodología de selección del trazado haciendo utilizando criterios hidráulicos para asignar costos a las tuberías y obtener la ruta de menor costo hidráulico

La siguiente metodología, tiene como objetivo obtener un trazado de bajo costo para la red, utilizando el algoritmo de Dijkstra (Dijkstra, 1959) para encontrar la ruta de menor costo hidráulico desde un punto hasta otro. En este caso el costo es un criterio topográfico o hidráulico, que permite minimizar el transporte de masa y optimizar el gasto de potencia en la red.

La metodología consiste en los siguientes pasos: (1) determinar los sentidos de flujo en la red, (2) calcular el costo hidráulico de cada tubo, (3) determinar la ruta principal de máxima pendiente paso a paso, (4) determinar las rutas secundarias y/o terciarias.

### Determinar los sentidos de flujo en la red

Los sentidos de flujo son determinados netamente por criterios topográficos y de ubicación hacia el punto de descarga; hasta el momento, con propósito de ilustrar la metodología, las redes evaluadas deben tener según estos criterios sentidos de flujo únicamente hacia la derecha y hacia abajo.

## Calcular el costo hidráulico de cada tubo

Para cada tubo en la red, se debe estimar cual es la pendiente del terreno, como se muestra en la Ecuación 5.

$$S_i = \frac{Elev_I - Elev_F}{L_i} \quad (6)$$

donde,  $L_i$  es la longitud en planta del tramo,  $Elev_I$  es la cota del terreno donde encuentra la cámara de salida y  $Elev_F$  la de la cámara de llegada.

Adicionalmente se calcula el producto caudal - longitud para cada tubo, de la siguiente manera:

$$(QL)_i = Q_i l_i \quad (7)$$

donde, el producto caudal - longitud es el caudal que ingresa cada tubo por la longitud del tubo.

## Determinar la ruta principal de máxima pendiente paso a paso

La ruta principal se define como la ruta que debe seguir sin ningún punto de arranque desde el nudo más alejado de la red hasta el punto de descarga. Esa ruta se caracteriza por ser la de mayor diámetro ya que será la que transporte la mayor cantidad de caudal.

La ruta principal se determina desde el punto más alejado, donde se decida hacia que tubos drenar según la pendiente éstos. Una vez se ha elegido el tubo por el cual drenan y se llega a la cámara siguiente el proceso se repite eligiendo el tubo de mayor pendiente, hasta finalmente llegar al punto de descarga. Lo que indica que los tubos que eran de menor pendiente en cada cámara serán los arranques.

## Determinar las rutas secundarias y terciarias

Los nudos que no se encuentren sobre la ruta principal, serán los iniciales para determinar las rutas secundarias, utilizando el algoritmo de Dijkstra (Dijkstra, 1959) implementado en ArcGis 10.1 (ESRI, 2012); se calcula la ruta de menor producto caudal - longitud hasta el punto de descarga, hasta que todos los nudos tengan una

manera de drenar. Los tubos que no se encuentren en ninguna de las rutas principales o secundarias, serán los puntos de arranque.

## PRESENTACIÓN DE RESULTADOS

Para evaluar los resultados se probaron redes de diferente magnitud, distribución urbanística y de caudales. A continuación se presentarán dos casos de estudio representativos, el primero de ellos consiste en una red ficticia llamada la red R-16, la cual cuenta con 16 ciclos; y la segunda red se trata de la red R-9 con nueve ciclos, con modificación en los caudales y las longitudes de los tubos.

### Red R-16

La red 4X4 cuenta con una distribución urbanística de cuatro manzanas por cuatro manzanas, con una distancia entre todos los nudos de 100 m, por lo que se puede decir que se trata de una red cuadrada. El caudal que ingresa a cada nudo es de 40 L/s y se distribuye equitativamente entre los dos tubos adyacentes. El terreno es escarpado y toma los valores de cotas presentados en la Tabla 3.

**Tabla 3. Cota en cada nudo de la red de ejemplo en (m)**

▽	A	B	C	D	E
1	100	99.5	99	97.5	96
2	99	98	98	96	93
3	98	97	96.5	95	94
4	97	96.5	95	94	93.5
5	96	95	94.5	93	92

El material es PVC por lo que se utiliza una rugosidad absoluta  $1.5 \cdot 10^{-6}$  m; la ecuación de costos a utilizar, es la Ecuación 4 donde  $K$  es igual a  $7.0 \cdot 10^{-4} K_e$  es 9579.31 y  $K_d$  1163.77. La lista de diámetros comerciales disponibles en milímetros es: 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 675, 750, 825, 900 y 1000.

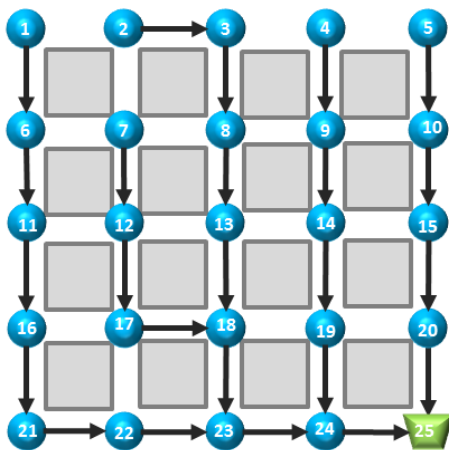
La restricción principal para el diseño hidráulico es que hacia aguas abajo de un tramo el diámetro puede ser mayor o igual al anterior pero nunca menor. Adicionalmente las restricciones hidráulicas de diseño se muestran en la siguiente tabla:

**Tabla 4. Restricciones hidráulicas para el diseño de la red R-16**

Restricción		valor
Velocidad	Mínima	0.75 (m/s)
	Máxima	10 (m/s)
Esfuerzo cortante	Diámetro nominal > 450mm	2 (Pa)
Porcentaje de llenado máximo	Flujo cuasi crítico *	70%
	Otro régimen de flujo	85%
Profundidad mínima a cota clave		1.2 (m)
Profundidad máxima a cota batea		10 (m)

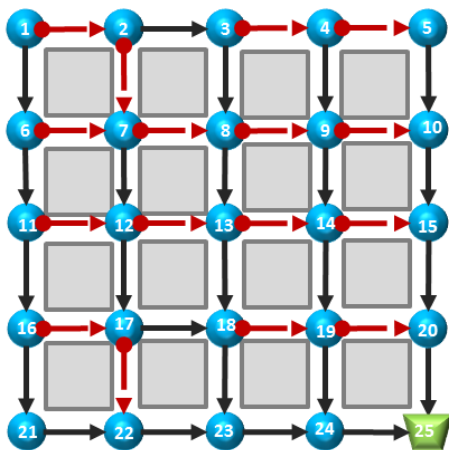
\*Se presenta cuando el número de Froude está entre 0.7 y 1.3.

Una vez aplicada la metodología para esta red se obtiene el siguiente árbol:



**Figura 8. Árbol generado para la red R-16**

Después de determinar los sentidos de flujo de los puntos de arranque se obtiene el siguiente trazado para la red.



**Figura 9. Trazado generado para la red R-16 con la metodología del árbol**

Luego de utilizar la metodología de diseño de series de drenaje urbano presentada por Corrales et al. (2013) se obtiene la siguiente configuración de diámetros y pendientes para cada tubo.

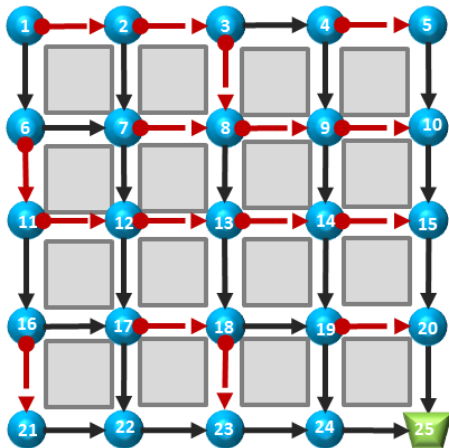
**Tabla 5. Resultados del diseño para la red R-16**

ID	Nudo-i	Nudo-f	d (m)	s (-)
1	1	2	0.2	0.005
2	2	3	0.2	0.009
3	3	4	0.15	0.017
4	4	5	0.15	0.017
5	5	10	0.2	0.032
6	1	6	0.15	0.012
7	6	7	0.15	0.012
8	2	7	0.15	0.016
9	7	8	0.2	0.003
10	3	8	0.25	0.007
11	8	9	0.15	0.022
12	4	9	0.2	0.015
13	9	10	0.15	0.032
14	10	15	0.35	0.003
15	6	11	0.2	0.012
16	11	12	0.15	0.01
17	7	12	0.25	0.012
18	12	13	0.15	0.01
19	8	13	0.25	0.016
20	13	14	0.15	0.017
21	9	14	0.25	0.011
22	14	15	0.15	0.01
23	15	20	0.35	0.005
24	11	16	0.25	0.007
25	16	17	0.15	0.01
26	12	17	0.3	0.007
27	17	18	0.3	0.013
28	13	18	0.3	0.016
29	18	19	0.15	0.01
30	14	19	0.3	0.01
31	19	20	0.15	0.01
32	20	25	0.35	0.008
33	16	21	0.25	0.011
34	21	22	0.3	0.011
35	17	22	0.15	0.017
36	22	23	0.35	0.006
37	18	23	0.5	0.005
38	23	24	0.5	0.015

ID	Nudo-i	Nudo-f	d (m)	s (-)
39	19	24	0.35	0.01
40	24	25	0.5	0.012

De esta manera se genera un costo total de \$31,169.06 (USD). Para comparar este resultado con el diseño exhaustivo, considerando únicamente sentidos de flujo como derecha abajo, se obtiene que el diseño es solo 6.18% más costoso que el diseño óptimo y se ubica en la posición 19,026 de 65,536 alternativas totales. Es importante aclarar que el tiempo de cálculo para encontrar el mejor diseño exhaustivo es de 31 horas, mientras que utilizando la metodología planteada en éste trabajo, se tarda menos de un minuto.

Para el caso de la metodología del trazado de mínimo costo hidráulico, se obtiene el siguiente trazado para la red.



**Figura 10. Trazado generado para la red R-16 con la metodología de menos costo hidráulico**

De esta manera se genera un costo de \$ 30,251.57 (USD), solo 2.96% más costoso que el diseño de menor costo exhaustivo.

### Red R-9

La red R-9 cuenta con la misma topografía que se muestra en la Tabla 6, los caudales de ingreso en cada cámara son los que se muestran en la Tabla 7 las coordenadas de las cámaras para el cálculo de las longitudes se muestran en las Tablas 8 y 9.

**Tabla 6. Cota de los nudos para la red R-9**

▽	A	B	C	D
1	100.0	99.0	98.5	98.0
2	98.5	96.5	95.8	95.0
3	97.5	95.0	94.0	92.5
4	95.5	94.5	93.0	90.0

**Tabla 7. Caudales para la red R-16 modificada en (m<sup>3</sup>/s)**

Q	A	B	C	D
1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	0.1	0.1	0.1	0.1
3	0.04	0.04	0.04	0.04
4	0.04	0.04	0.04	0.04

**Tabla 8. Coordenadas en x para las cámaras de la red R-16 modificada**

X	A	B	C	D
1	0	100	250	350
2	0	50	250	300
3	0	50	150	300
4	0	60	180	300

**Tabla 9. Coordenadas en y para las cámaras de la red R-16 modificada**

Y	A	B	C	D
1	0	0	0	0
2	80	80	80	80
3	180	180	180	180
4	260	260	260	260

Una vez aplicada la metodología el árbol que se obtiene para esta red con caudales y longitudes variables se muestra en la Figura 12; luego de elegir los sentidos de flujo de los puntos de arranque se obtiene el trazado de la red mostrado en la Figura 12.

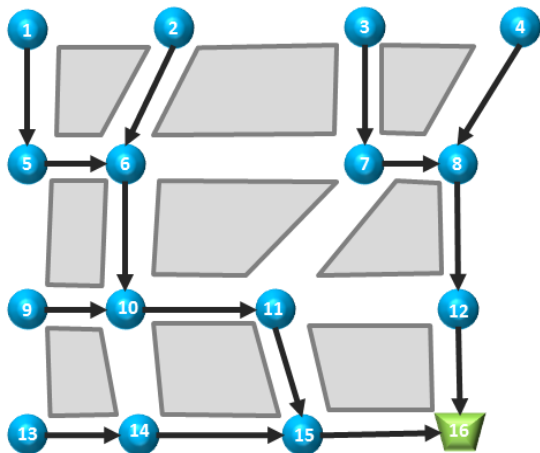


Figura 11. Árbol generado para la red R-9

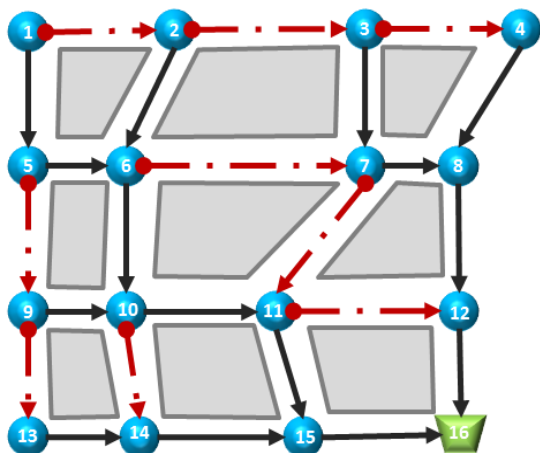


Figura 12. Trazado generado para la red R-9

Los diámetros y pendientes asignados a cada tubería, se muestran en la Tabla 10; la longitud de los tubos mostrada es la longitud real del tubo incluyendo la pendiente de diseño.

Tabla 10. Resultados del diseño Hidráulico para la red R-9

ID	Nudo-i	Nudo-f	d (m)	s (-)	L (m)
1	1	2	0.2	0.014	100.01
2	2	3	0.3	0.009	150.01
3	3	4	0.2	0.005	100.00
4	4	8	0.2	0.0318	94.39
5	1	5	0.2	0.022	80.02
6	5	6	0.2	0.047	50.06
7	2	6	0.2	0.0265	94.37
8	6	7	0.25	0.005	200.00
9	3	7	0.3	0.02	80.02
10	7	8	0.35	0.019	50.01
11	8	12	0.35	0.028	100.04
12	5	9	0.2	0.014	100.01

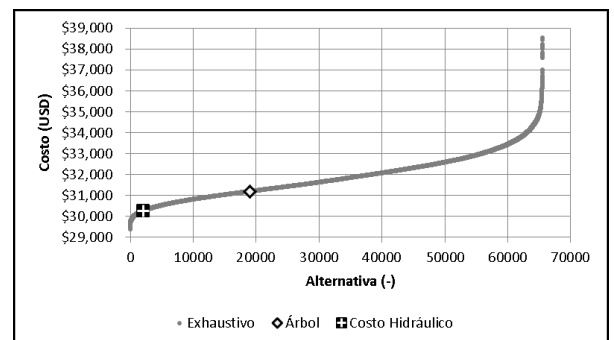
ID	Nudo-i	Nudo-f	d (m)	s (-)	L (m)
13	9	10	0.2	0.047	50.06
14	6	10	0.35	0.012	100.01
15	10	11	0.45	0.01	100.00
16	7	11	0.15	0.0127	141.43
17	11	12	0.15	0.01	150.01
18	12	16	0.35	0.027	80.03
19	9	13	0.2	0.028	80.03
20	13	14	0.25	0.016	60.01
21	10	14	0.25	0.009	80.63
22	14	15	0.35	0.012	120.01
23	11	15	0.45	0.012	85.45
24	15	16	0.45	0.026	120.04

De éste modo el costo total de la red calculado con la Ecuación 4 y después de realizar el diseño hidráulico utilizando la metodología de Corrales et al. (2013), es de \$18,437.09 (USD), mientras que el mejor diseño exhaustivo es de 18,338.25 (USD), tan solo 0.54% más económico.

Después de seleccionar el trazado de la red por medio de la metodología del menor costo hidráulico, se llega casualmente al mismo trazado obtenido con la metodología del árbol, por lo que el trazo elegido por esa segunda metodología es el que se muestra en la Figura 12.

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

La siguiente gráfica muestra cómo se comportan los costos totales para todas las alternativas; el rombo indica la alternativa de trazado generada por el árbol y la cruz blanca el trazado generado por la metodología de menor costo hidráulico, para la red R-16.

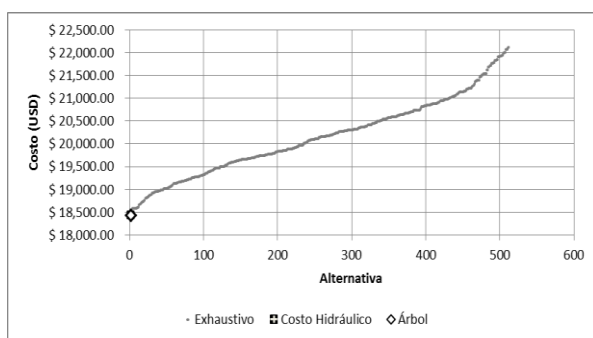


Gráfica 1. Costo total para las alternativas exhaustivas de diseño para la red R-16

Para la Red R-16 la metodología del árbol planteada muestra una cercanía con el diseño

exhaustivo, lo que muestra su eficacia. Sin embargo la metodología que utiliza el costo hidráulico para estimar el trazado muestra un mejor resultado. Cabe resaltar que esta red está considerada para que los sentidos de flujo sean hacia la derecha y hacia abajo, lo que permite reducir el número de alternativas totales y permite realizar la evaluación exhaustiva. Otro aspecto relevante indica que algunas alternativas de trazado no cumplen con las restricciones de diseño establecidas, mientras que la metodología del árbol es capaz de llegar siempre a una alternativa viable y de bajo costo con una disminución en el tiempo de cálculo, lo que no sucede con la metodología de menor costo hidráulico que puede llevar a trazados que incumplan en su diseño hidráulico algunas restricciones.

En el caso de la red R-9, la metodología tiene mayor efectividad debido a que el criterio utilizado como beneficio depende del producto caudal - longitud y para ésta red ese parámetro es diferente en todos los nudos; por esa razón la diferencia en costos con el mejor diseño exhaustivo es del 0.54%, un porcentaje menor al obtenido para la red R-16. La siguiente gráfica muestra el costo en dólares de todas las alternativas exhaustivas y con un rombo se muestra el trazado elegido por medio de las dos metodologías, dado que para este caso las dos metodologías obtuvieron el mismo trazado solo se logra visualizar el resultado de una de éstas en la Gráfica 2.



**Gráfica 2. Costo total para las alternativas exhaustivas de diseño para la red R-9 modificada**

La metodología muestra una buena aproximación al diseño exhaustivo, especialmente si se considera que la reducción en el tiempo de cálculo es relevante y que con las dos metodologías propuestas el diseño es explícito, es decir sin importar el número de veces que se aplique la metodología siempre obtendrá el mismo resultado

para unos parámetros de entrada dados, por lo que se espera que la metodología propuesta permita llegar a resultados cercanos al mínimo costo con bajo tiempo computacional para redes de mayor tamaño y complejidad.

Considerando las Figuras 9 y 12, se puede observar que la selección del trazado de la red depende de la distribución de caudales; para el caso de R-16, cuando los caudales son iguales en todas las cámaras las rutas más largas es decir que no contienen ningún arranque tienden a dirigirse rápidamente hacia una ruta principal, que pasa por las cámaras (1-6-11-16-21-25). Mientras que para el caso de la red R-9 modificada, se observa la presencia de redes secundarias de menor longitud que tienden a llegar a la ruta en cámaras cercanas al punto de descarga.

## CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES, Y TRABAJO FUTURO

Se puede concluir que la selección del trazado para una red de drenaje urbano es un aspecto determinante en los costos constructivos de la red, por lo que se requiere realizar una evaluación costo efectiva de todas las posibles soluciones, usando una metodología basada en la hidráulica, en lugar de evaluar solo algunas de ellas considerando principalmente la topografía de la red.

Por otra parte, es claro que las metodologías planteadas presentan una buena aproximación para llegar a un trazado de bajo costo, especialmente cuando la red a considerar cuenta con tubos de longitudes variables y aportes de caudal diferentes en cada tubo.

Entre las dos metodologías planteadas, la selección del trazado por medio de la relación de beneficio - costo es más intuitiva y permite a los diseñadores seleccionar el trazado de la red en base a criterios hidráulicos sin descuidar la importancia de la topografía del terreno, la metodología de menor costo hidráulico a pesar de genera buenos resultados resulta engorrosa y complicada de entender al momento de aplicarla.

La selección de un trazado óptimo de la red de drenaje se explica principalmente en el gasto óptimo de la potencia en red, lo que es función de la topología de la grilla, la topografía y la distribución de caudales aportados a la red.

El beneficio generado por disminuir el producto caudal - longitud se ve representado en que se disminuye el transporte de masa en la red es decir que la mayor cantidad de masa recorre la menor distancia posible dentro del sistema.

Como trabajo futuro se espera reducir los tiempos de cálculo para la metodología, debido a que se espera tener una ecuación que pueda predecir el costo de la relación utilizada para generar el árbol sin tener la necesidad de realizar el diseño hidráulico.

Este trabajo pretende motivar a los diseñadores de sistemas de drenaje urbano a considerar mayores posibilidades en el momento de elegir el trazado de la red, especialmente si se trata de urbanizaciones nuevas donde las restricciones debidas al cruce con tuberías de otros servicios son reducidas.

## BIBLIOGRAFÍA

- Argaman, Yerachmiel., Shamir, Uri., y Eldad Spivak. (1973). "Design of Optimal Sewerage Systems". Journal of Environmental Engineering Division.
- Corrales, Emilio., Cuero, Paula., Montañó, Laura., Luna, Daniel., y Juan Saldarriaga. (2013). Metodología de diseño optimizado de series de tramos de alcantarillado, utilizando los conceptos de pendiente propia y pendiente intermedia. Artículo presentado en el XII Simposio Iberoamericano sobre planificación de sistemas de abastecimiento y drenaje, Buenos Aires, Argentina.
- Dijkstra, E. (1959). "A Note on Two Problems in Connexion with Graphs". Journal of Numerische Mathematic, 1(1), pp. 269-271.
- Diogo, Freire., y Victor Graveto. (2006). "Optimal Layout of Sewer Systems: A Deterministic versus a Stochastic Model". Journal of Hydraulic Engineering, 132(9), pp. 927-943.
- ESRI, 2012. ArcGIS Desktop: version 10.1 Redlands, CA: Environmental Systems Research Institute.
- Haghighi, A. (2012). "Loop by Loop Cutting Algorithm to Generate Urban Drainage Systems Layout". Journal of Water Resources Planning and Management.
- Li, G., y R. Matthew. (1990). "New Approach for Optimization of Urban Drainage Systems". Journal of Environmental Engineering, 116(5), pp. 927-944.
- Moeini, R., y M. H. Afshar. (2012). "Layout and size optimization of sanitary sewer network using intelligent ants". Advances in Engineering Software, 51, pp. 49-62.
- Navarro, I., y Juan Saldarriaga. (2009). Diseño optimizado de redes de drenaje urbano. Bogotá: Uniandes.
- Saldarriaga, Juan., Takahashi, Silvia., Hernández, Felipe., Díaz, D., y Susana Ochoa. (2010). An Energy Methodology for the Design of Water Distribution Systems *World Environmental and Water Resources Congress 2010* (pp. 4303-4313): American Society of Civil Engineers.
- Walpole, Ronald., Myers, Raymond., y Sharon Myers. (1999). Probabilidad y estadística para ingenieros, 6a ed, México : Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Weng, H. T., y S. L. Liaw. (2005). "Establishing an Optimization Model for Sewer System Layout with Applied Genetic Algorithm". Journal of Environmental Informatics, 5(1), pp. 26 - 35.